

原始惑星系円盤と惑星の相互作用

武藤恭之(京都大学)

自己紹介

- 名前：武藤恭之（むとうたかゆき）
- 所属・学年：京都大学天体核研究室、D3
- 研究：惑星形成理論
 - 円盤・惑星相互作用
 - 天体力学
 - など

あらすじ

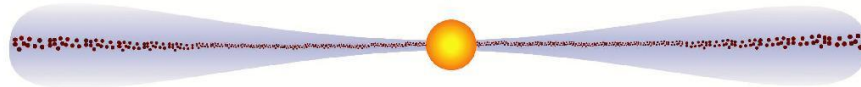
- 惑星形成論
- 円盤・惑星相互作用
 - 定性的描像
 - order estimate
 - 定式化
 - 磁場や粘性の影響
 - 最新の研究の動き

惑星形成論

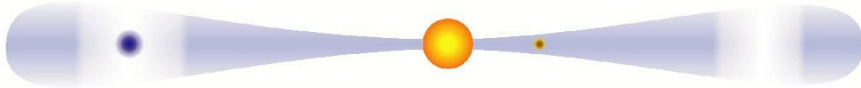
惑星系形成の標準的なシナリオ（京都モデル）



ガスとダストからなる原始惑星系円盤



微惑星が形成される



質量の大きい惑星は、周囲からガス成分を捕獲する



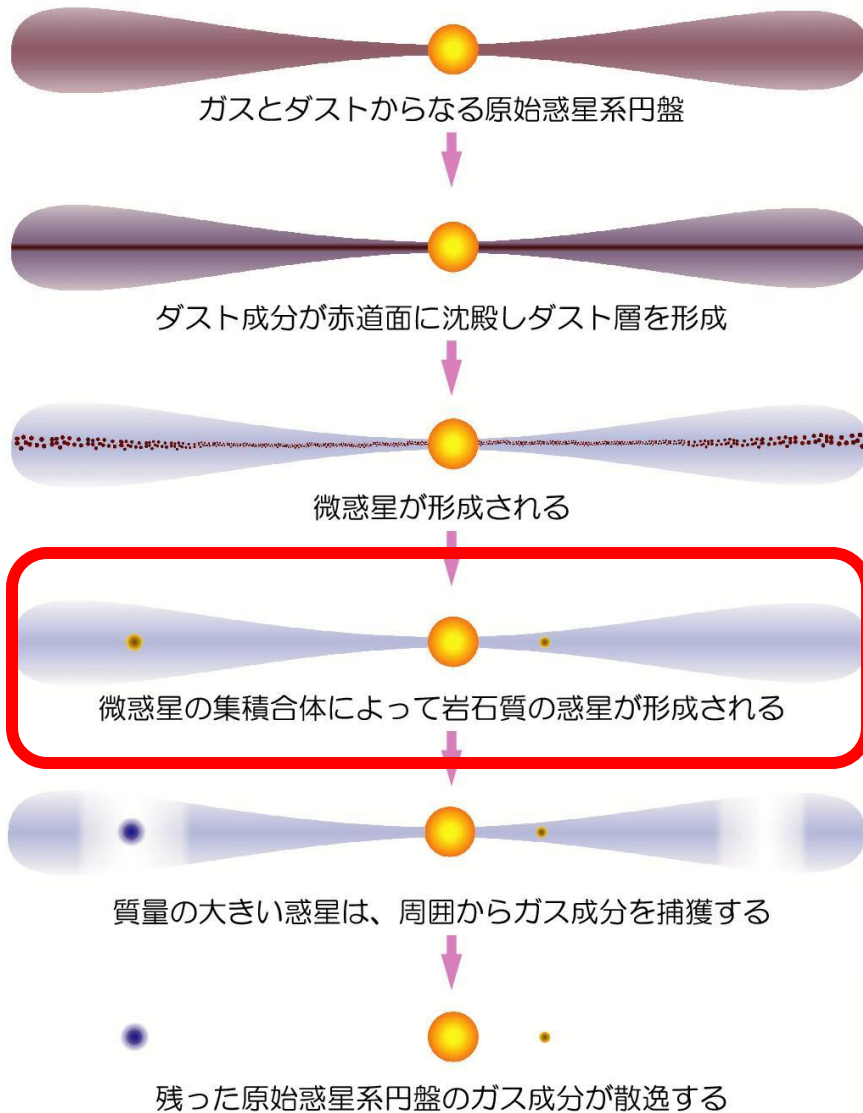
Copyrighted by T.Imaeda,1999

標準モデル

- コア集積モデル
– 京都モデル
– ダスト(μm)が出発
→ 微惑星(km)
→ 原始惑星(1000km)
– 「塵も積もれば山となる」モデル

Hayashi et al. 1985

惑星系形成の標準的なシナリオ（京都モデル）



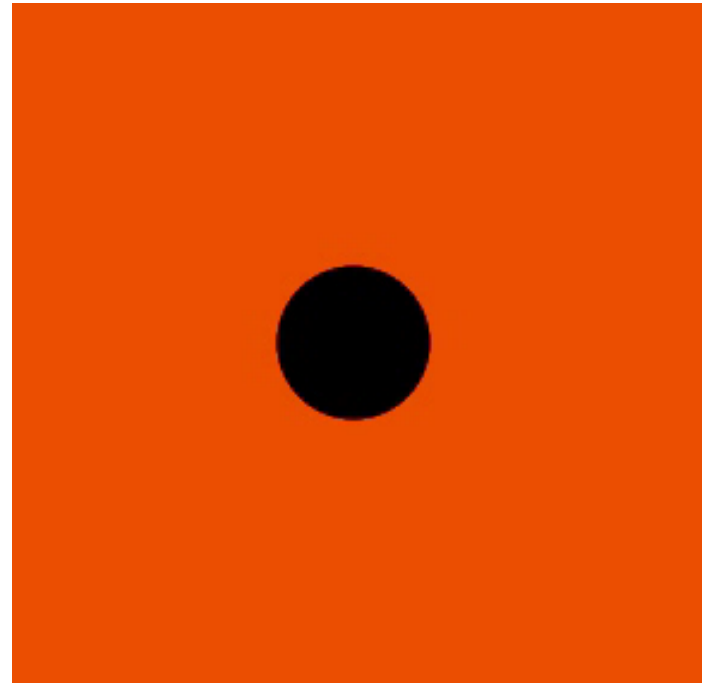
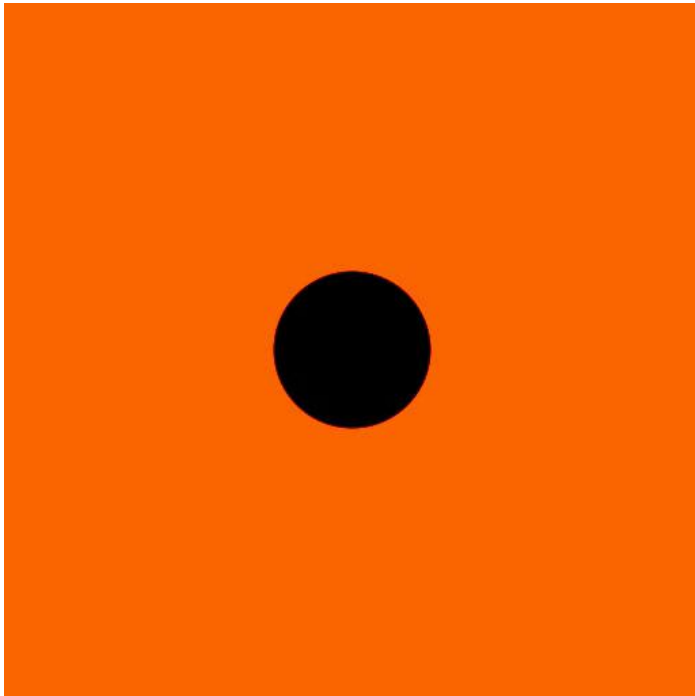
原始惑星移動

- 注目するステージ：
 - 原始惑星が形成された後のステージ
 - 円盤と惑星との間の重力相互作用
 - 惑星の角運動量変化

円盤・惑星相互作用 定性的描像

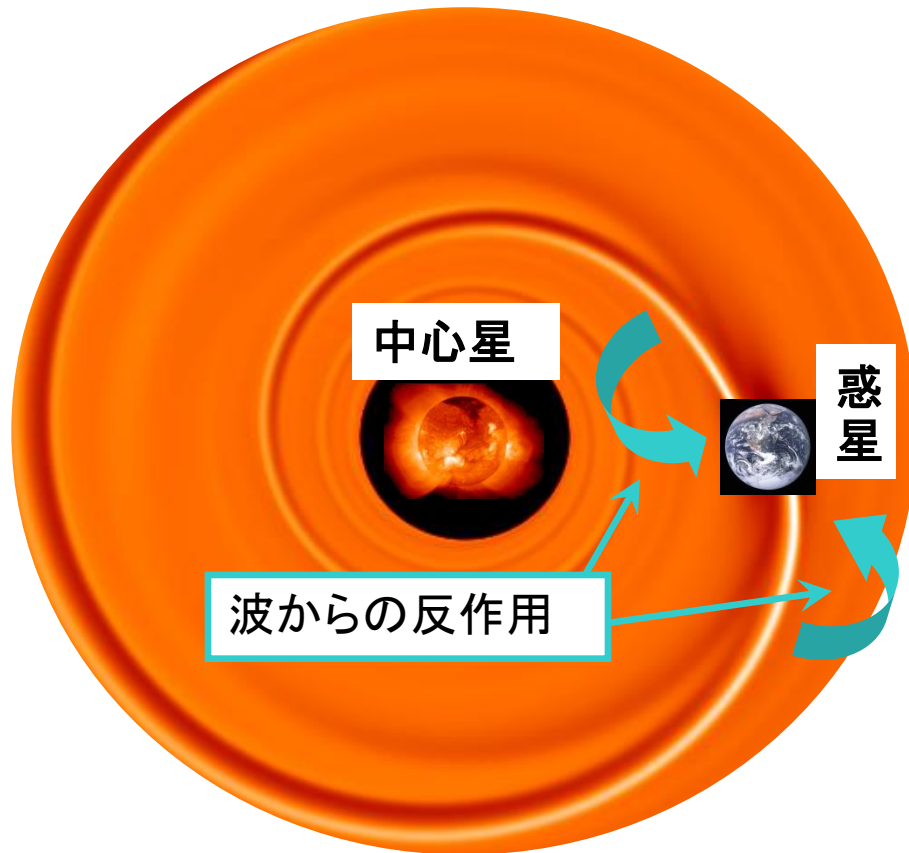
円盤・惑星相互作用

- 円盤と惑星の重力相互作用
- 軽い惑星は、円盤上にspiral armをたてる
- 重い惑星は、円盤にgapをあける
- だいたい、 $10 \sim 30 M_E$ で二つのregimeが分かれる



I型惑星移動

原始惑星により生成された円盤中の密度揺らぎ



- 軽い惑星と円盤の重力相互作用
- Spiral armからの反作用で、惑星はトルクを受ける
- 惑星の軌道長半径が変化

原始惑星落下問題

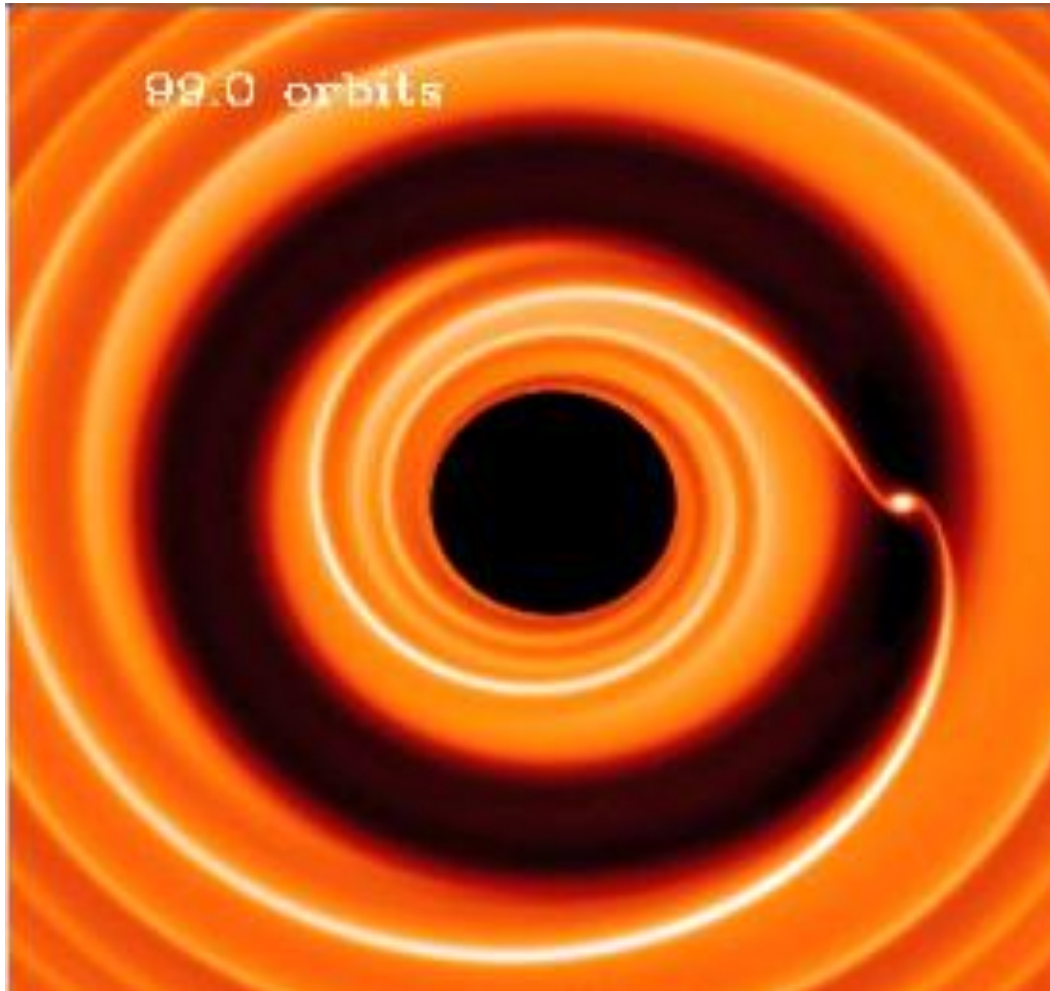
円盤ガスと原始惑星の相互作用によって、原始惑星は中心星に向かって落下していく

地球サイズの原始惑星が、現在の太陽・地球間距離の5倍程度のところにあれば

$$\tau \sim 8 \times 10^5 \text{ yr} < \tau_{\text{nebula}} \sim 10^7 \text{ yr}$$

**原始惑星系円盤の散逸の前に、
原始惑星は中心星に落下！！**

II型惑星移動



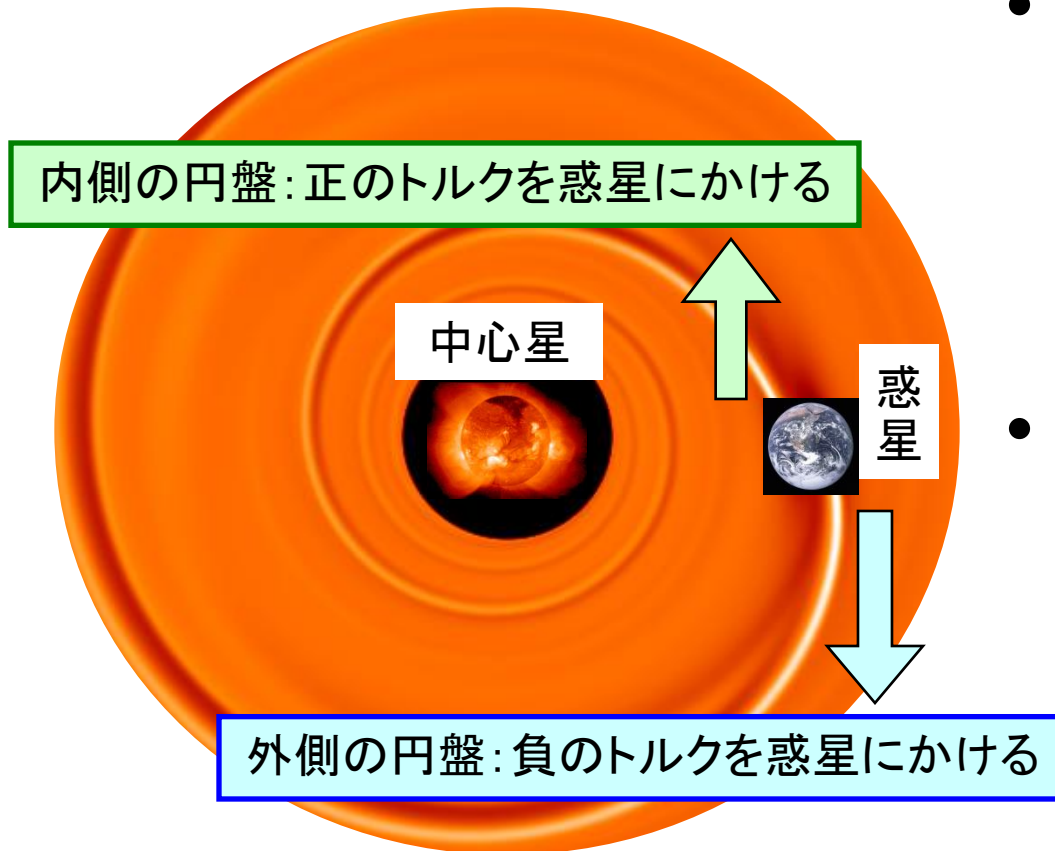
- 降着円盤中の重い惑星
- ギャップ中の惑星を通じて、内側の円盤から外側の円盤に向かって角運動量を輸送
- ギャップもろとも惑星が落下

今回の話：I型惑星移動

- 主な話：線形解析
- Order estimateと定式化
 - ここでほとんどの時間を使います
- 自分の研究
 - 磁場・粘性の影響（局所線形解析）
- 最近の研究の流れ

Order estimate

I型惑星移動：より詳しいメカニズム



- 惑星移動は、内側の円盤と外側の円盤の寄与の微妙な差で決まる
- 計算方法
 - 片側のトルクを求めて
 - 引き算する

I型惑星移動の時間スケール

まずは、片側の円盤から受けるトルク

① 円盤ガスのエンタルピー変化

～スケールハイト程度の距離で惑星から受ける重力エネルギー

$$c^2 \frac{\delta \Sigma}{\Sigma_0} \sim \frac{GM_p}{H}$$

② 惑星が円盤の密度変化から受ける重力

$$F \sim \frac{GM_p (\delta \Sigma H^2)}{H^2}$$

時間スケール：続き

③ 惑星が感じるトルク→角運動量変化→軌道長半径変化

$$T \sim r_p F \sim \frac{dL}{dt} \sim M_p r_p \Omega_p \frac{dr_p}{dt}$$

④ 円盤の片側から受ける力で見積もった軌道長半径変化率

$$\frac{1}{r_p} \frac{dr_p}{dt} \sim \left(\frac{M_p}{M_*} \right) \left(\frac{\Sigma r_p^2}{M_*} \right) \left(\frac{r_p^2 \Omega_p^2}{c^2} \right) \left(\frac{r_p}{H} \right) \Omega_p$$

左右の差の効果：

この値が、disk aspect ratioひとつ分小さくなる

典型的な時間スケール

$$\frac{1}{r_p} \frac{dr_p}{dt} \sim \left(\frac{M_p}{M_*} \right) \left(\frac{\Sigma r_p^2}{M_*} \right) \left(\frac{r_p^2 \Omega_p^2}{c^2} \right) \Omega_p$$

$$M_p/M_* \sim 10^{-5} \quad (\text{3地球質量})$$

$$\Sigma r_p^2/M_* \sim 3 \times 10^{-4} \quad (\text{MMSN 1AU})$$

$$r_p^2 \Omega_p^2/c^2 \sim 4 \times 10^2 \quad (\text{MMSN 1AU})$$

$$\frac{1}{r_p} \frac{dr_p}{dt} \sim 10^{-6} \Omega_p$$

詳しい線形解析の結果

原始惑星は中心星に向かって落下する

‘Tanaka formula’: 等温円盤における線形解析

$$\tau = (2.7 + 1.1\alpha)^{-1} \frac{M_c}{M_p} \frac{M_c}{\sigma_p r_p^2} \left(\frac{c}{r_p \Omega_p} \right)^2 \Omega_p^{-1}$$

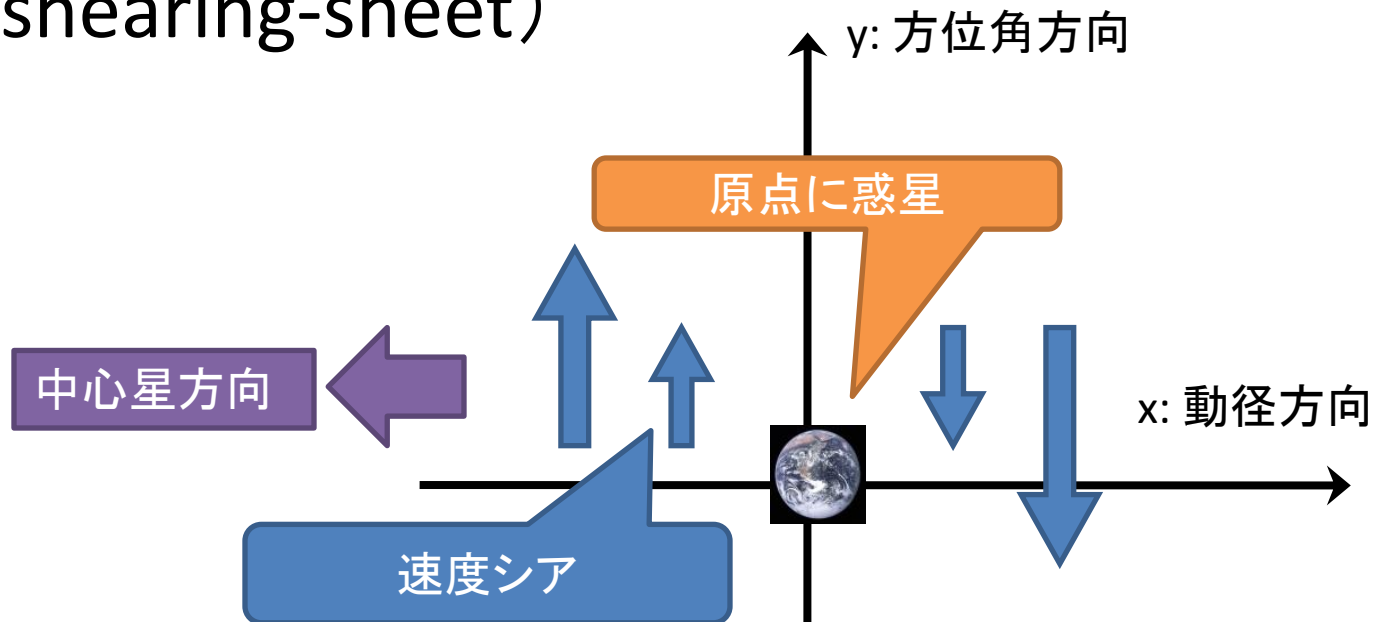
Tanaka, Takeuchi and Ward (2002)

α の定義: $\sum \propto r^{-\alpha}$

定式化

局所解析による定式化

- 惑星周囲の密度の構造がわかれば、トルクを計算できる
- 修正された局所線形解析 (modified local shearing-sheet)



局所近似

- 円盤のある一点(惑星)のまわりに注目した、局所カーテシアン座標
- 注目した点での回転角速度でまわる回転系

$$x = r - r_p$$

$$y = r_p(\phi - \phi_p(t)) = r_p(\phi - \Omega_p t)$$

$$\Omega(r) \sim \Omega(r_p) + \frac{d\Omega}{dr}x + (\text{higher order})$$

$$f(x, y) \sim f(r_p, \phi_p) + (\text{higher order})$$

形式的な展開パラメタ: H/r

修正局所近似: 次のオーダーの項まで考慮した展開

局所近似のもとでの流体の方程式 (等温)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{c^2}{\rho} \nabla \rho - 2\Omega_p \mathbf{e}_z \times \mathbf{v} + 3\Omega_p^2 x \mathbf{e}_x - \nabla \phi$$

コリオリカ

潮汐力

惑星重力

バックグラウンド: $v_y = -\frac{3}{2}\Omega_p x$

惑星の重力を摂動として、線形解析をする

修正局所近似

$$\frac{\partial \rho^{(2)}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^{(2)} \mathbf{v}^{(2)}) = \text{source terms}$$

- ソース項は、局所近似の解を用いて書ける
- つまり、まずは局所近似で式の性質を理解しておくことが必要
- 今回は、特に局所近似の話に絞る
 - ただし、片側の円盤から受けるトルクについてしか話ができない

線型解析

局所近似・等温・二次元

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{3}{2} \Omega_p x \frac{\partial}{\partial y} \right) \frac{\delta \rho}{\rho} + \nabla \cdot \delta \mathbf{v} = 0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{3}{2} \Omega_p x \frac{\partial}{\partial y} \right) \delta v_x = -c^2 \frac{\partial}{\partial x} \frac{\delta \rho}{\rho} + 2\Omega_p \delta v_y - \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{3}{2} \Omega_p x \frac{\partial}{\partial y} \right) \delta v_y = -c^2 \frac{\partial}{\partial y} \frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{1}{2} \Omega_p \delta v_x - \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

基本的には、惑星の重力ポテンシャルを摂動源にして、円盤上に波が立つ、という方程式

注意すべきこと

- 式を、音速 c と惑星の角速度 Ω_p で規格化すると、唯一の無次元パラメタは

$$\frac{GM_p}{Hc^2} \quad \text{ただし} \quad H = \frac{c}{\Omega_p}$$

- これは、惑星のポテンシャルのソースに現れる
- 線型解析では、あらゆる摂動は惑星質量に比例
- 線型解析が壊れるのは、上のパラメタがorder 1
– I型惑星移動とII型惑星移動が変わるところ

仮定

- Spiral waveは惑星と共に回転する系からみると定常

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0$$

- 惑星によってたてられた波は、惑星から離れる方向に伝搬していく
 - x方向(動径方向)の境界条件を決める
- y方向(方位角方向)にはモード分解できる

$$\frac{\partial}{\partial y} \rightarrow ik_y$$

シュレーディンガー方程式

- 定常+y方向Fourier変換によって、方程式はx方向の常微分方程式に落とせる

$$\frac{d^2 f}{dX^2} + \left(\frac{1}{4}X^2 - C\right) f = S(x)$$

- 放物線のポテンシャルのもとでの(ソース項入り)シュレーディンガー方程式
- ポテンシャルがゼロになる点を、「effective Lindblad resonance」と呼ぶ

effective Lindblad resonance

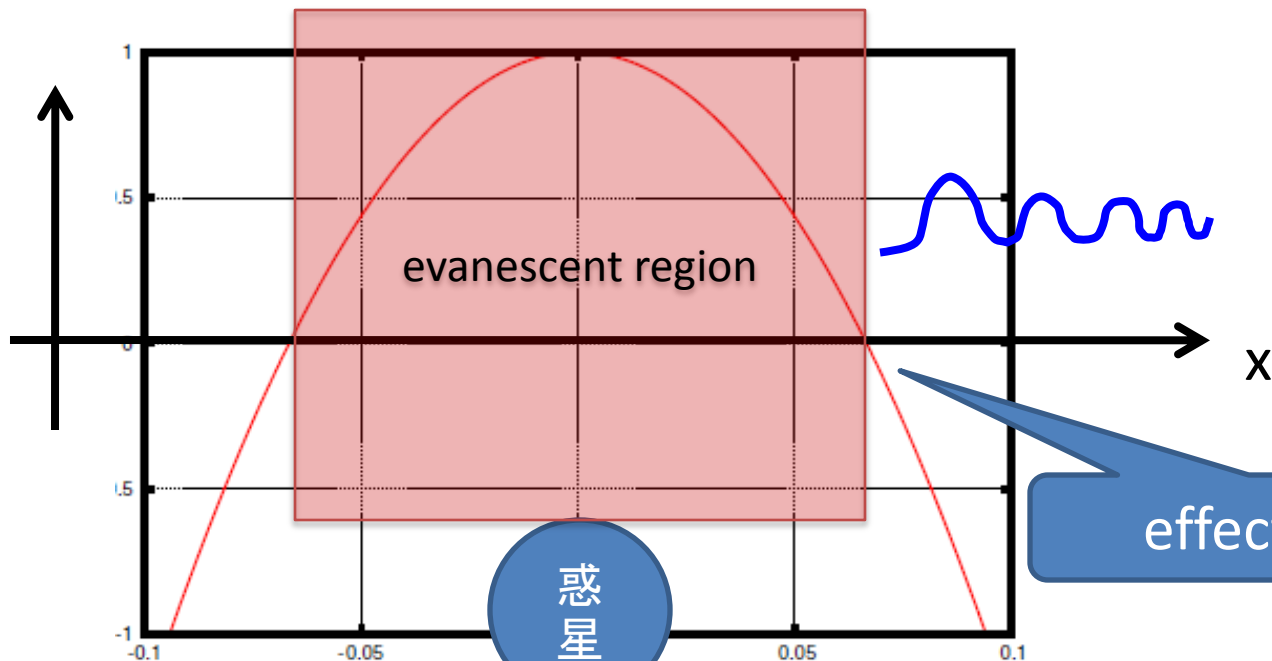
- 具体的には次のような式で決まる

$$\left(\frac{3}{2}\Omega_p k_y x\right)^2 = \Omega_p^2 + c^2 k_y^2$$

惑星による摂動の「振動数」

円盤に立つ音波

ポテンシャル

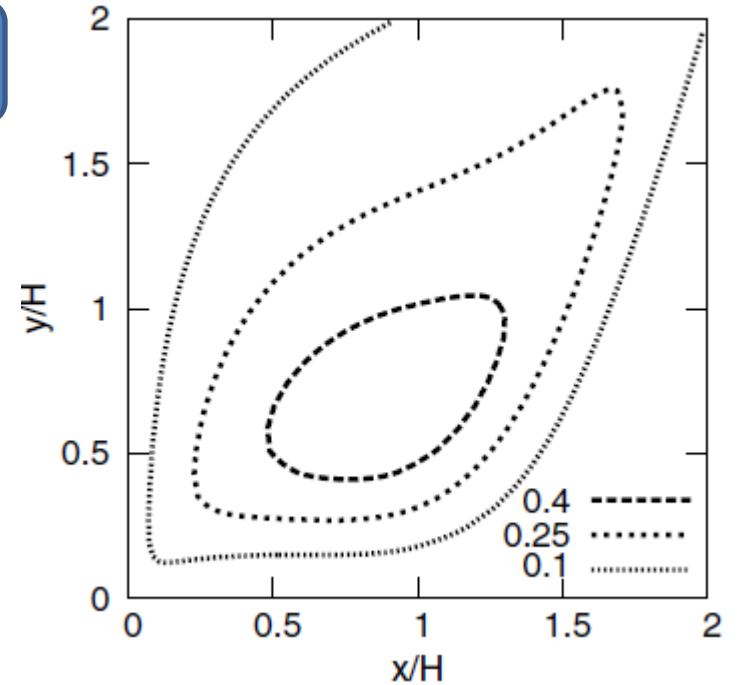
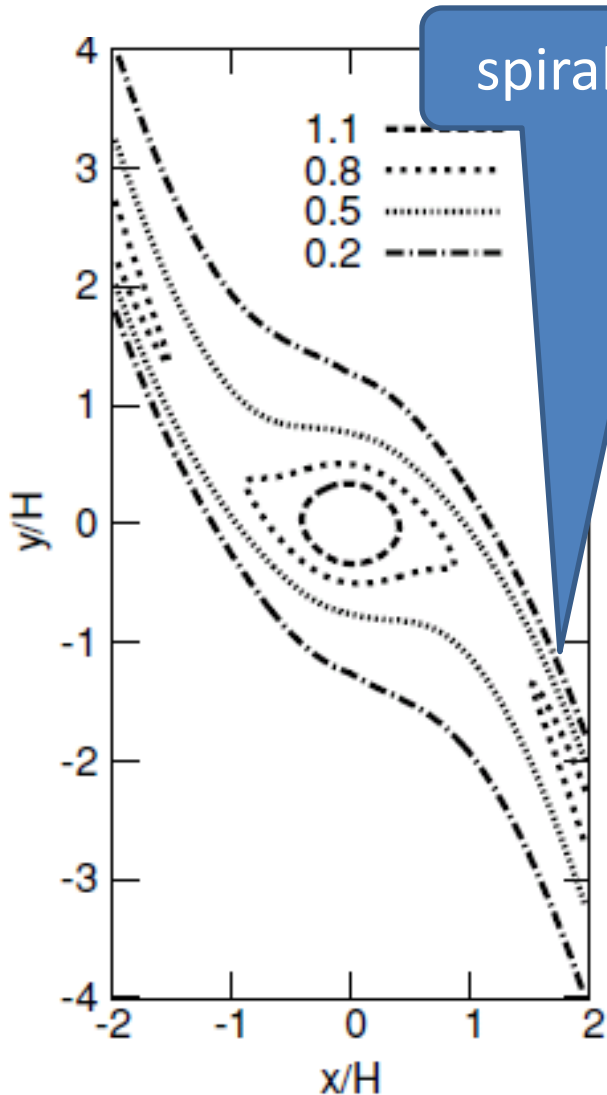


effective LR

密度波生成の描像

- 惑星の重力ポテンシャルによりeffective Lindblad resonanceに摂動がかかる
- そのために、effective Lindblad resonanceから音波が打ち出されて
- 角運動量を持った波が惑星から離れる方向に伝わっていく
- その結果、惑星から(正または負の)角運動量が持ち出される

惑星近傍の密度構造とトルク



- 惑星のごく近傍は、ほぼ丸い構造
– evanescent region
- 惑星から離れたところから、spiral density waveが励起される

片側トルクの解析的公式

- 前述のシュレーディンガー方程式は解ける
- 波が無限遠方に運ぶ角運動量フラックスを見ることで、惑星にかかるトルクが計算できる

$$T = \frac{\pi^2 m \Sigma}{|\mathcal{D}|} \frac{1}{(1 + 4\xi^2)(1 + \xi^2)^{\frac{1}{2}}} \left[\frac{d\psi}{dx} + 2mf\psi \right]_{eff}^2$$

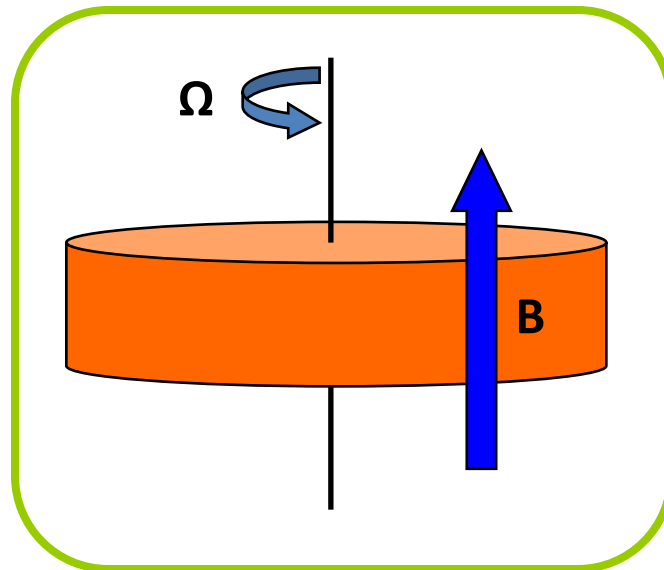
小まとめ

- 円盤・惑星相互作用の理解には、惑星の摂動による波の生成を理解することが重要
- 軽い惑星においては、惑星にかかるトルクは惑星質量に比例する
- 木星コアなどは、形成中に円盤中をかなり動き回るかもしれない

磁場のかかった円盤における円盤・ 惑星相互作用

状況設定

- 円盤中に本来存在しているポロイダル磁場のかかった場合を考える。
- 円盤にかかるトルクを解析的に見積もれるか？
→トルクのパラメタ依存性など、色々な応用が可能



基礎方程式

理想MHD方程式 + 惑星による摂動

連続の式:
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

運動方程式:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla p + \mathbf{F}_{Lorentz} + \mathbf{F}_{ext} + \mathbf{F}_p$$

中心星重力

Lorentz 力

惑星重力(摂動)

誘導方程式:
$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

線型解析

Linear perturbation analysis: $\rho = \rho_0 + \delta\rho$

$$\delta\rho = \sum_{k_y, k_z} \delta\rho(x) e^{-i(\omega t - k_y y - k_z z)}$$

Stationary perturbation (with small 'viscosity' when necessary)

$$\omega = 0 + i\gamma$$

$$\frac{d^2 f}{dr^2} + \mathcal{A}_1 \frac{df}{dr} + \mathcal{A}_0 f = \mathcal{S}$$

RHS describes **wave excitation** by the planet

LHS describes **wave propagation**

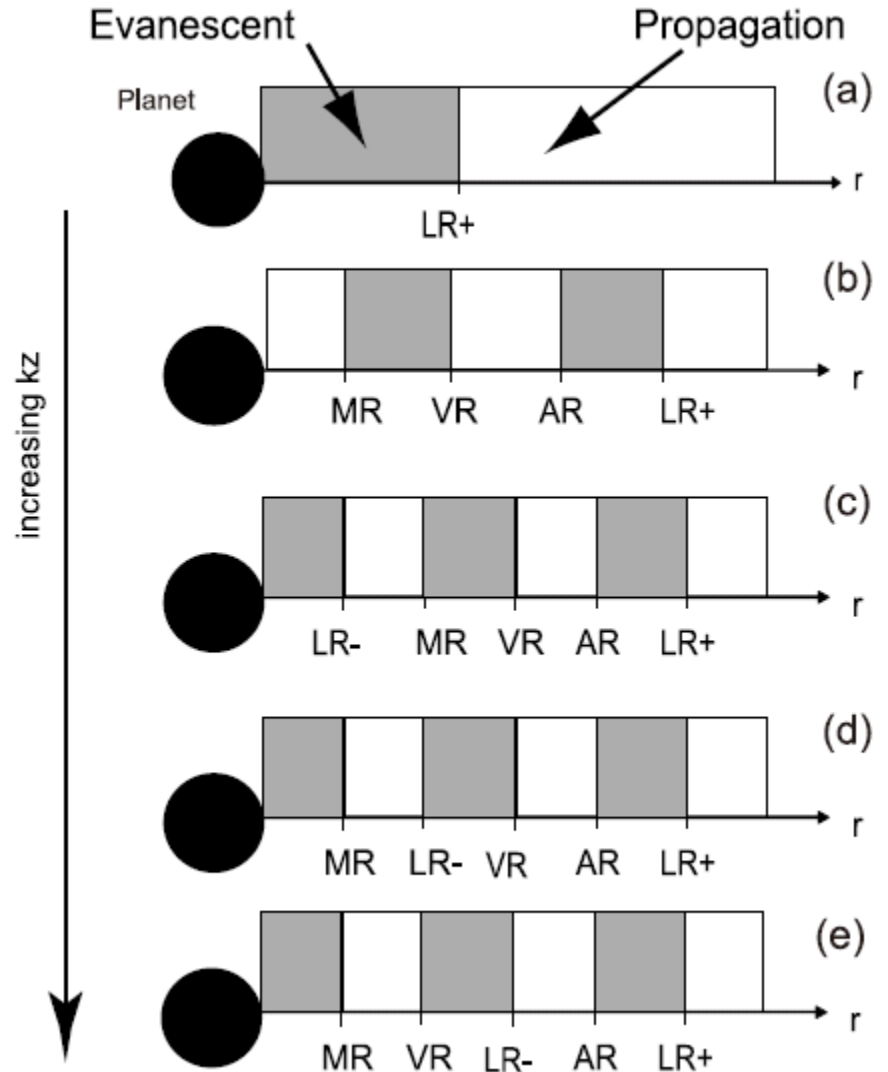
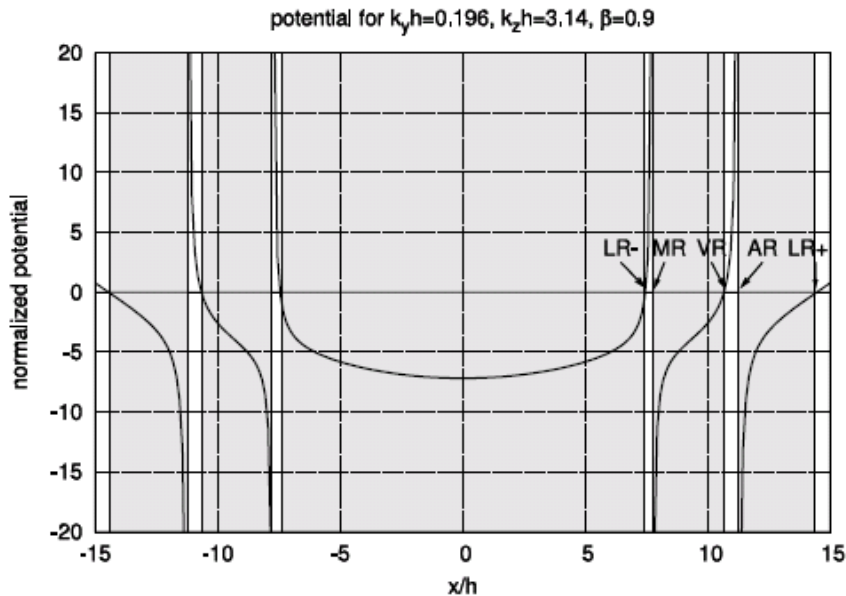
$$\mathcal{A}_1 = \frac{d}{dx} \ln \frac{\sigma^2 - v_A^2 k_z^2}{D}, \quad \mathcal{A}_2 = \frac{(\sigma^2 - c^2 k_z^2) D}{\{(c^2 + v_A^2)\sigma^2 - c^2 v_A^2 k_z^2\} (\sigma^2 - v_A^2 k_z^2)} + \frac{2\Omega_p \sigma k_y}{\sigma^2 - v_A^2 k_z^2} \frac{d}{dx} (\ln D) - k_y^2,$$

$$\mathcal{S} = \frac{\sigma^2 D}{\{(c^2 + v_A^2)\sigma^2 - c^2 v_A^2 k_z^2\} (\sigma^2 - v_A^2 k_z^2)} \psi_p, \quad f(x) \equiv \frac{1}{\sigma^2} \left[\{(c^2 + v_A^2)\sigma^2 - c^2 v_A^2 k_z^2\} \frac{\delta\rho}{\rho_0} + (\sigma^2 - v_A^2 k_z^2) \psi_p \right]$$

$$D = (\sigma^2 - v_A^2 k_z^2)(\sigma^2 - v_A^2 k_z^2 + 3\Omega_p^2) - 4\sigma^2 \Omega_p^2, \quad \sigma(x) \equiv \omega + \frac{3}{2} \Omega_p k_y x = \frac{3}{2} \Omega_p k_y x.$$

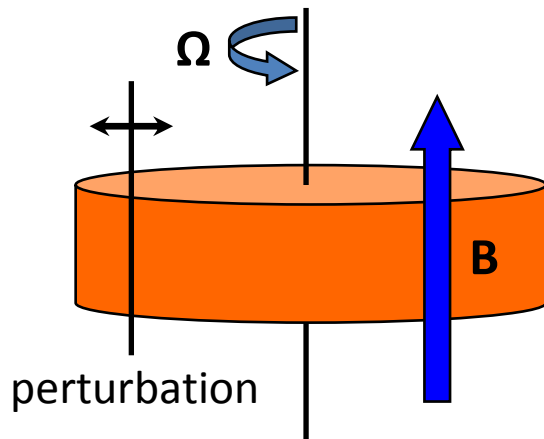
磁場のかかった円盤上における波の伝搬

MHDでは、波のモードが増え、より伝搬の様子は複雑



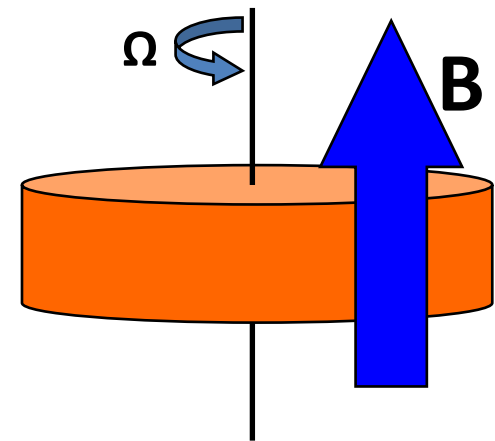
取り扱いが簡単になる場合を考えよう

1. 二次元のモード



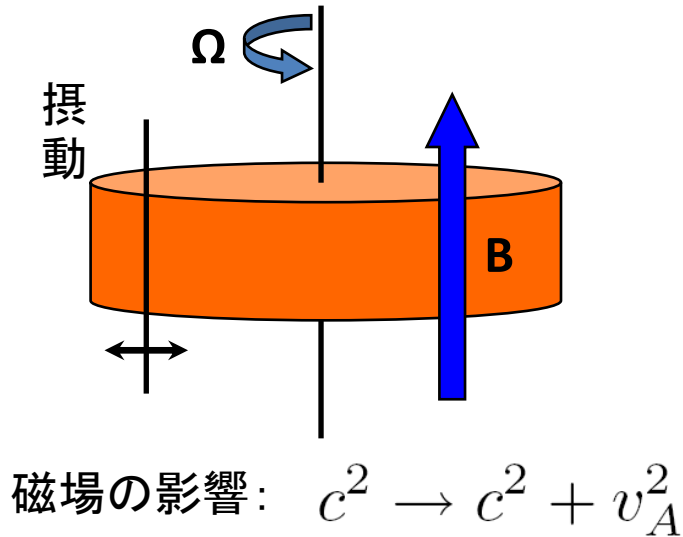
磁気張力がかからない

2. 強磁場の三次元モード



これらの場合には、片側トルクが簡単に計算できる
これらの場合では、磁気回転不安定性が起こらない

2次元モードに対する磁場の影響



2次元モードは、**磁力線を曲げずに**揺らすようなモード



2次元モードでは、実効的な音速が、磁気圧の効果によって速くなる

effective Lindblad resonanceが惑星からより遠ざかり、かつ密度の摂動が小さくなる

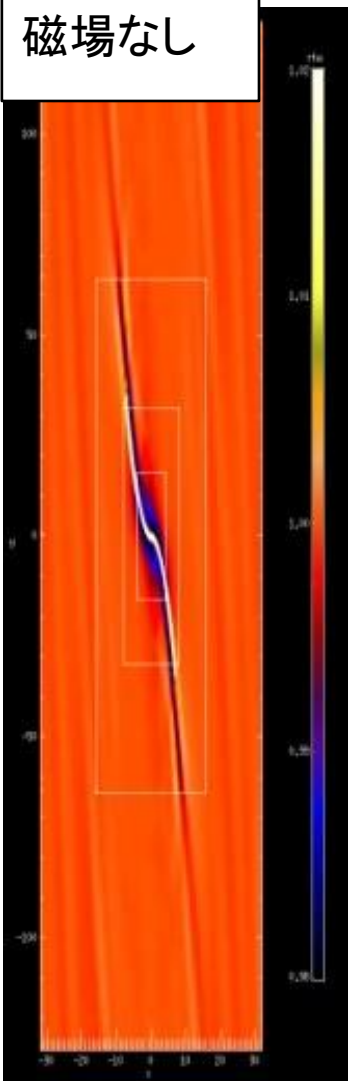
磁場によるトルクのカットオフ

パターン
(色のレベルは
密度、適宜ス
ケールを変化)

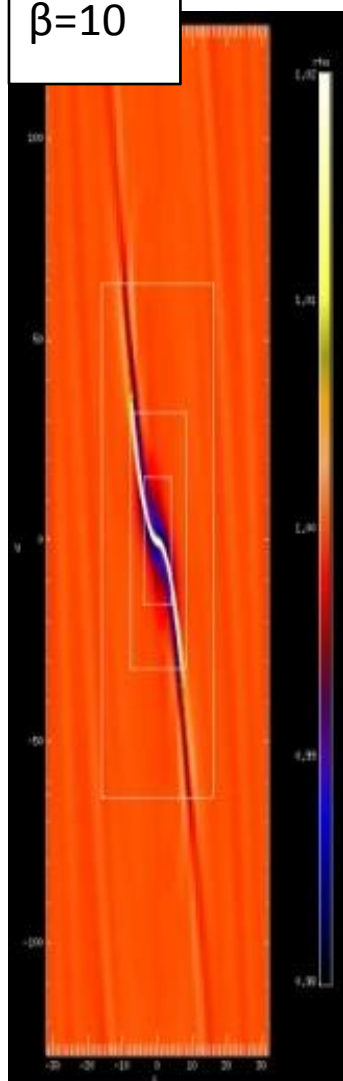
数値シミュレーション(1)

波のパターンは磁場が強いほど動径方向に広がる。

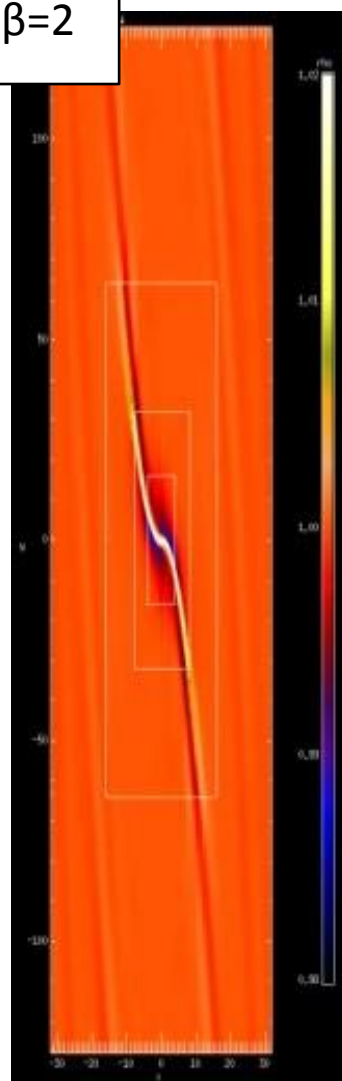
磁場なし



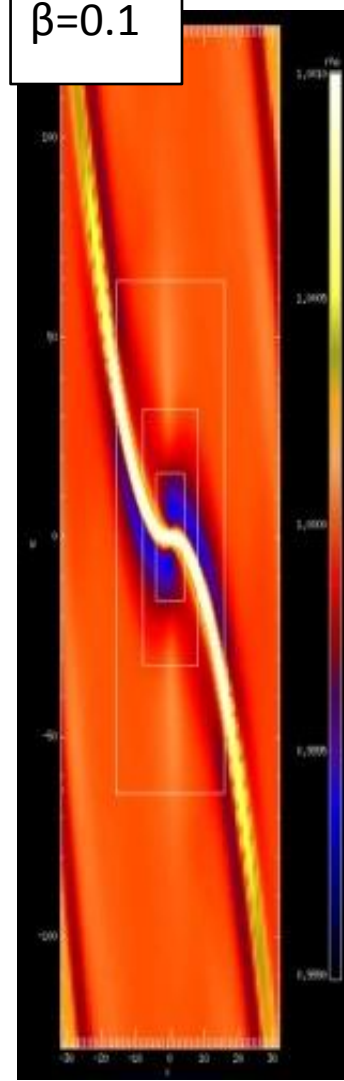
$\beta=10$



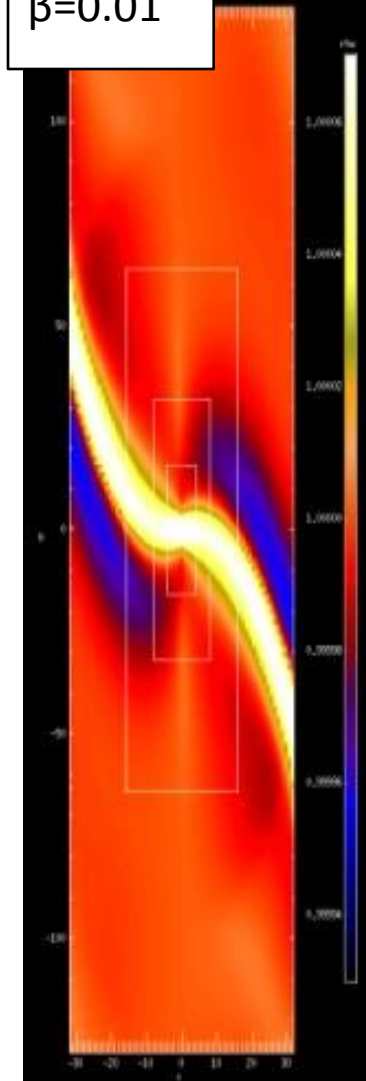
$\beta=2$



$\beta=0.1$



$\beta=0.01$

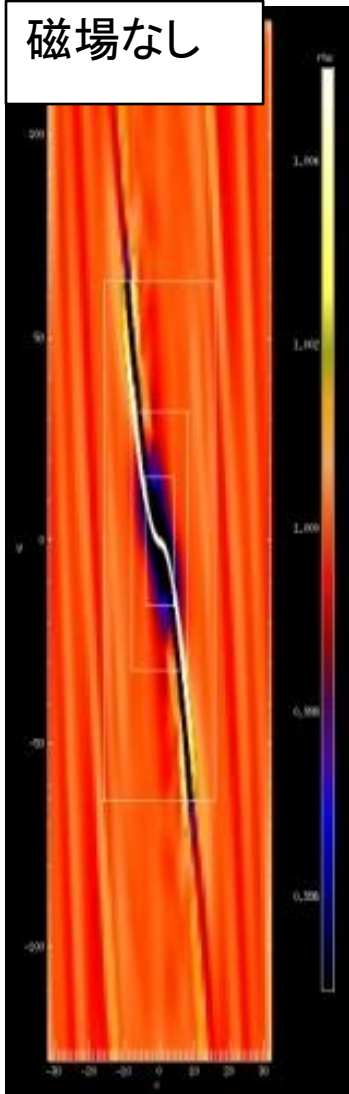


波の振幅
(色のレベルのスケールを固定)

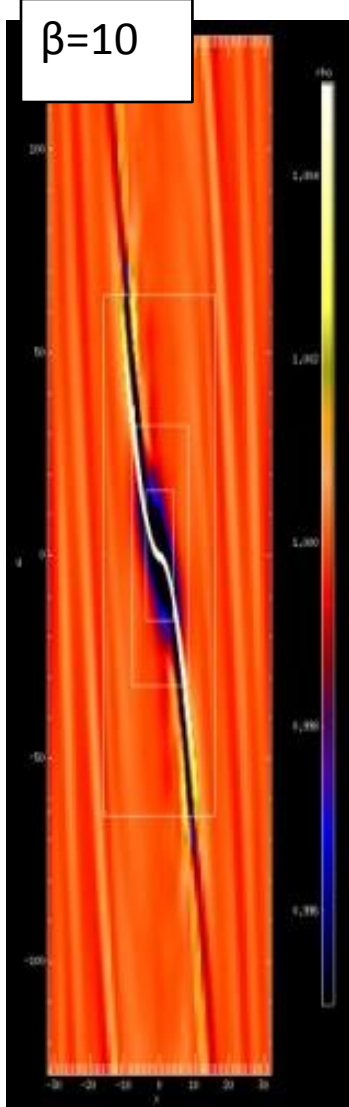
数値シミュレーション(2)

波の振幅は磁場が強いほど小さくなる

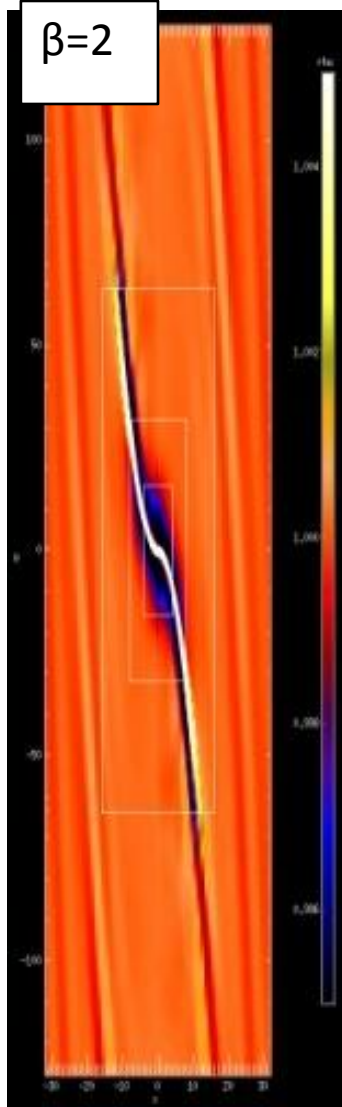
磁場なし



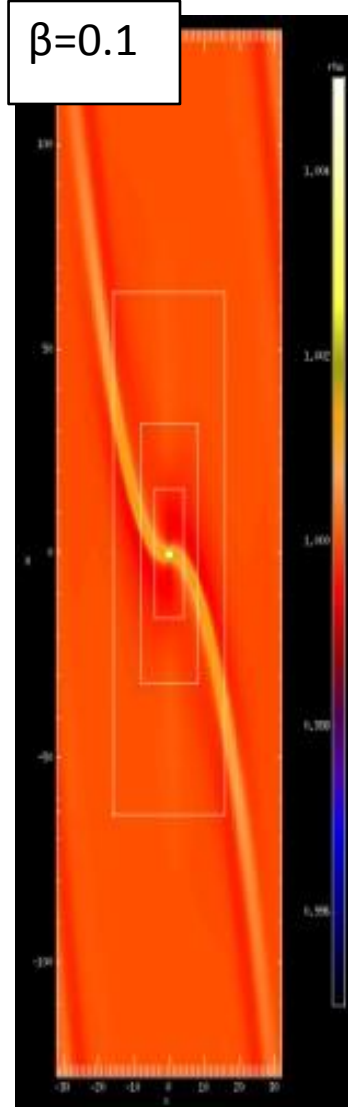
$\beta=10$



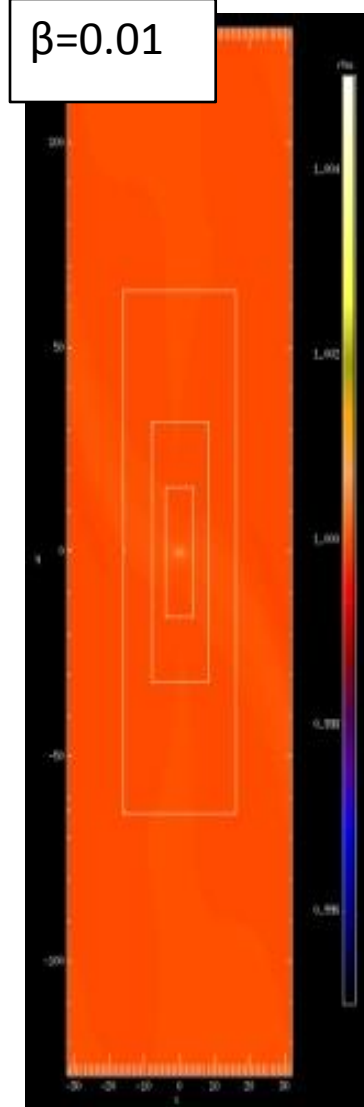
$\beta=2$



$\beta=0.1$



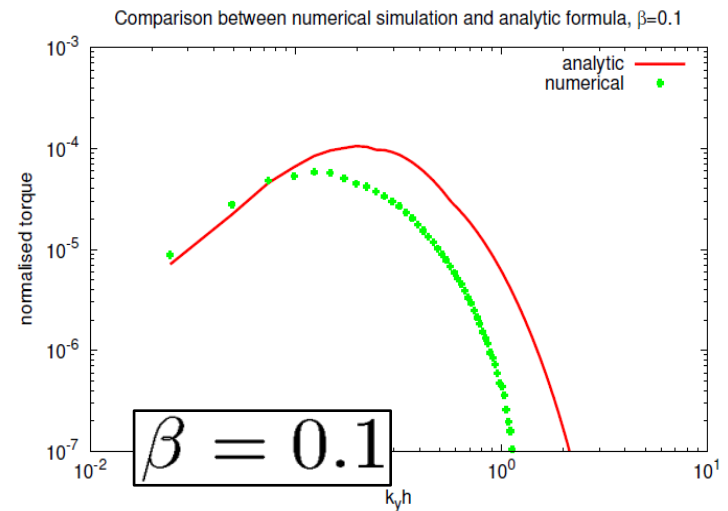
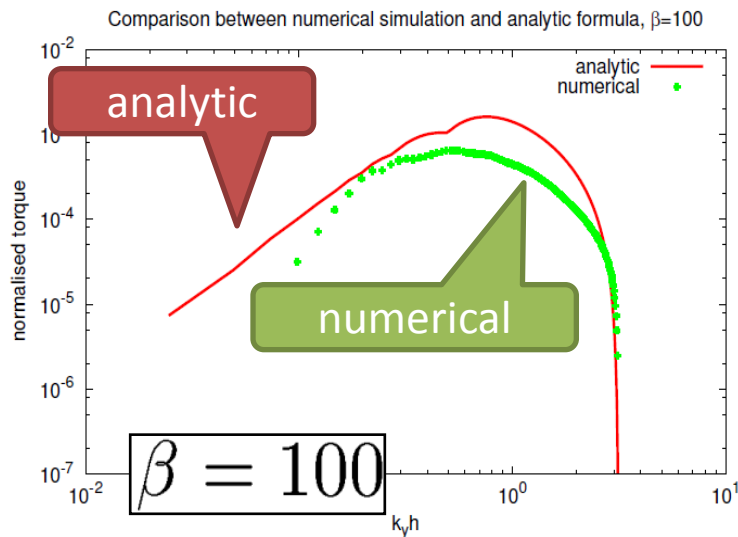
$\beta=0.01$



磁場によるトルクのカットオフ

各Fourierモードについての片側トルクの強さ

$$T_{2D} = \frac{2\pi}{3} r_p \rho_0 L_y L_z \frac{\Omega_p}{\Omega_p^2 + 4c^2 k_y^2 (1 + \beta^{-1})} \frac{1}{\sqrt{\Omega_p^2 + c^2 k_y^2 (1 + \beta^{-1})}} \Psi_{\text{eff}}^2,$$



二次元のモードについては、色々な磁場の強さについて
適用可能な公式を得た

強磁場の三次元モード

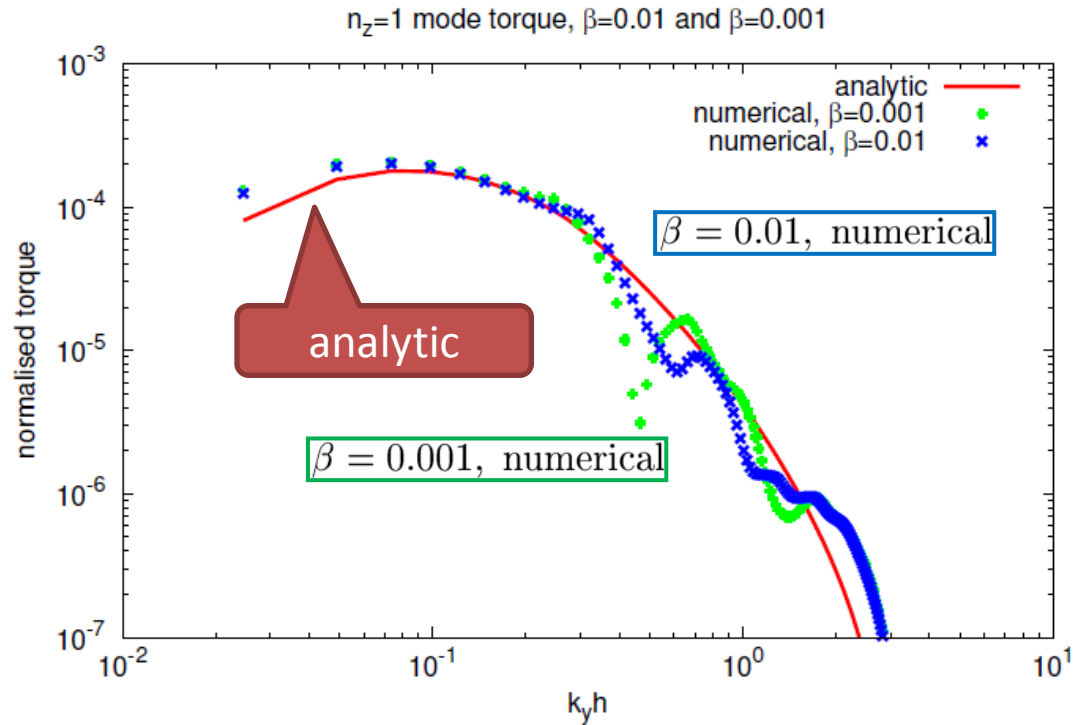
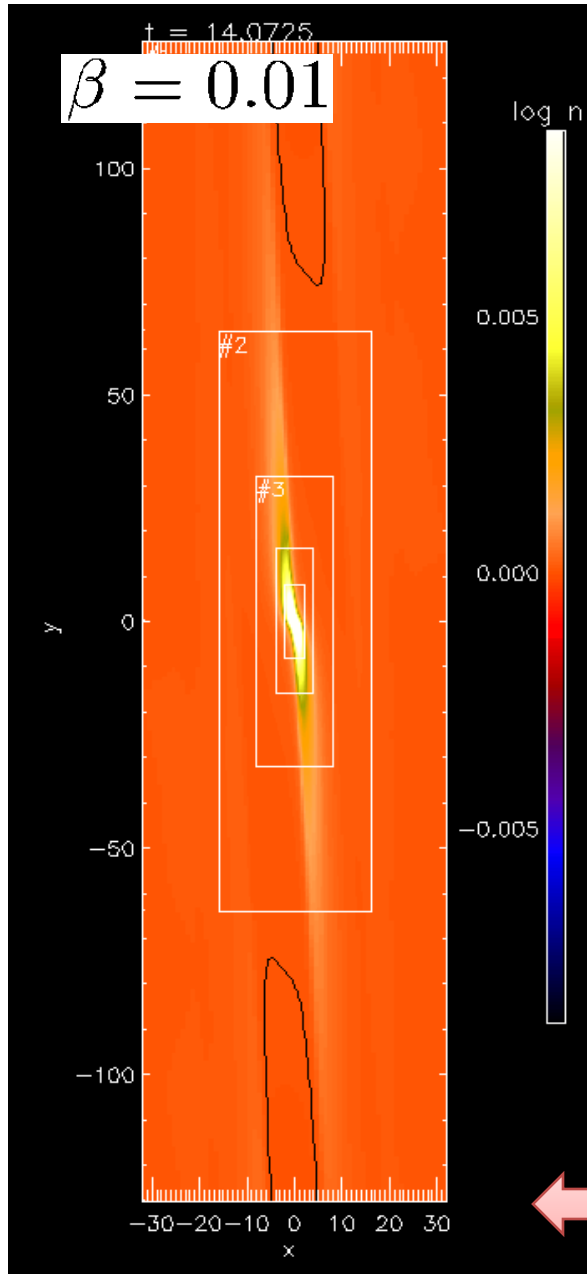
磁場が強い極限を考える: $\beta = 0$

- 実効的な音速がとても速い
 - 二次元トルクはゼロ
- **Magnetic resonance の寄与が大きくなる**
 - 磁場の方向にすすむslow waveが、円盤のある半径のところで共鳴的に励起される
 - 要するに、磁場の方向に進む音波

$$\frac{d^2 f}{dx^2} - k_z^2 f = S(x), \quad S(x) = -\frac{\sigma^2}{\sigma^2 - c^2 k_z^2} \psi_p.$$

$$T_{\text{MR}} = \frac{2\pi}{3} L_y L_z \frac{\rho_0 r_p k_z}{\Omega_p c} \psi_{p,\text{MR}}^2.$$

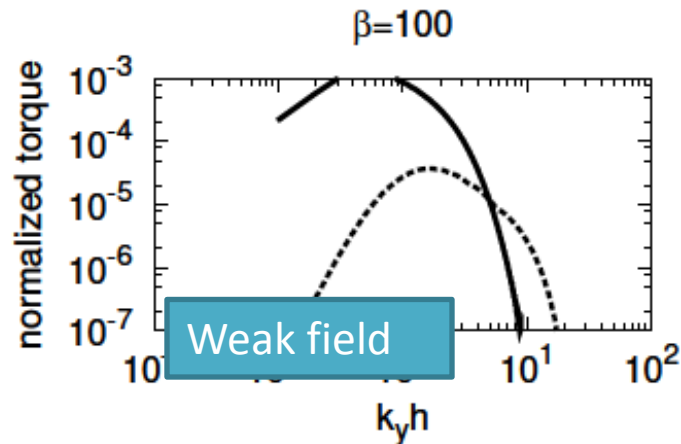
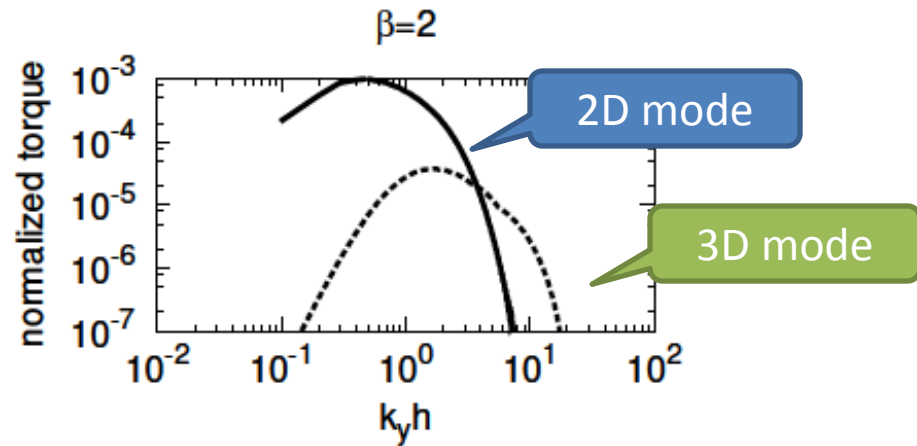
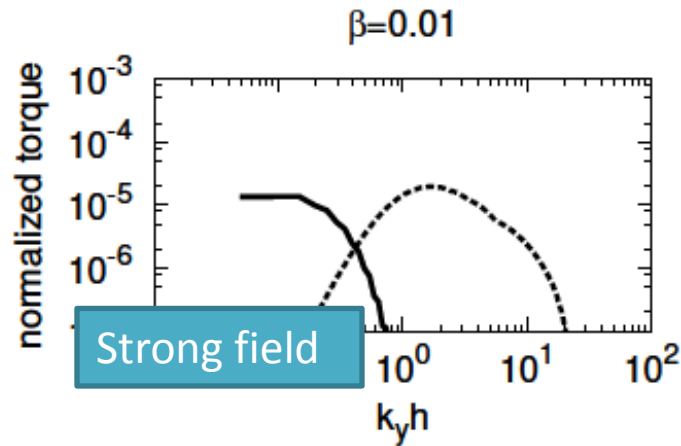
三次元の計算結果



✓ 解析的公式と数値計算
が非常によく一致

3D simulation (3D planet)
Midplane density

Migration timescaleの評価



2D mode —
 $n_z=1$ mode - - -

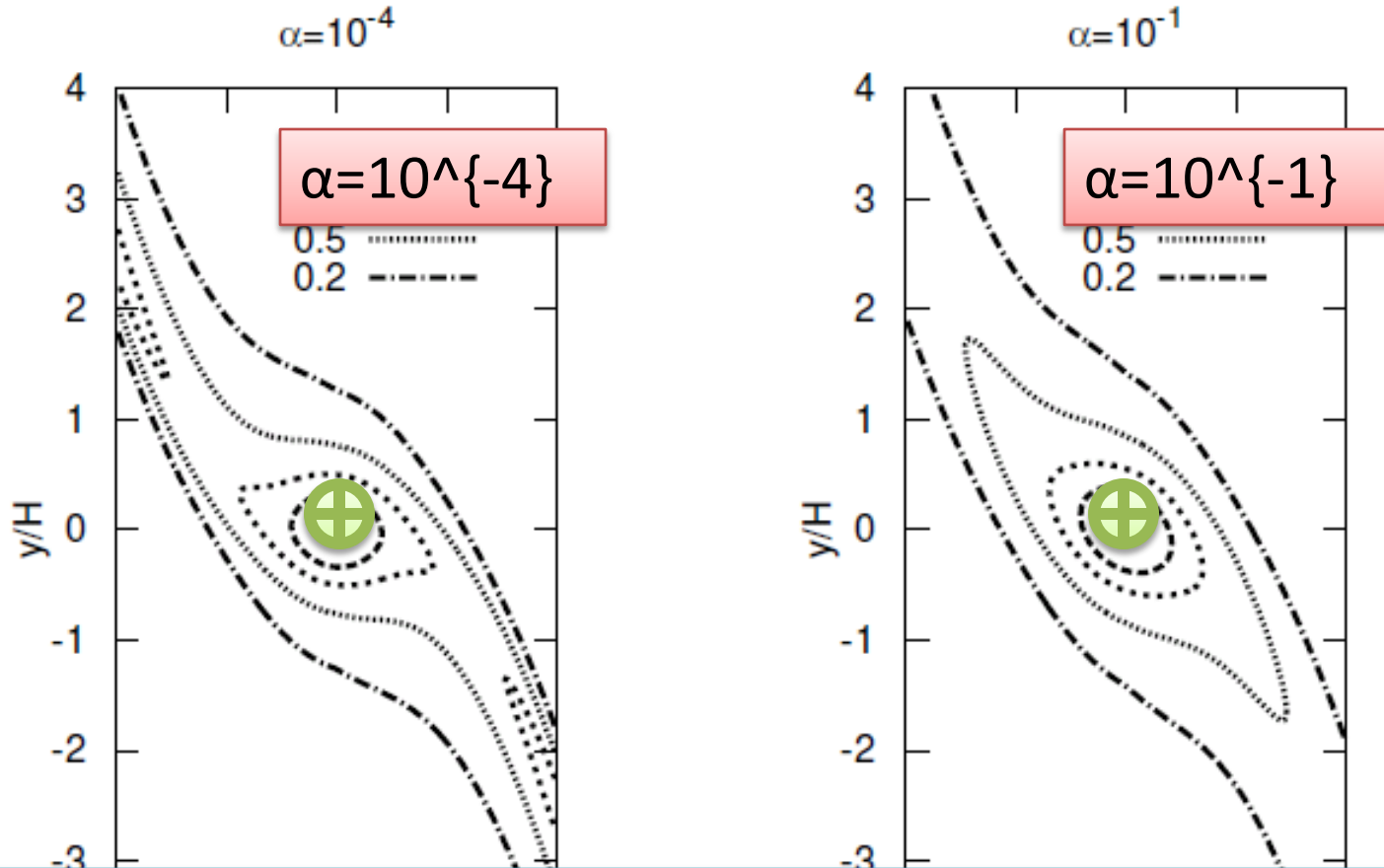
•磁場が強いと、二桁くらい惑星移動の時間スケールが長くなりそう

トロイダル磁場とポロイダル磁場

- トロイダル磁場が有効に効くためには、かなり強い磁場 ($\beta \sim 0.01$) が必要
- トロイダルの時は、 $\beta \sim 1$ でもかなり影響があることが知られている (Terquem 2003)
 - 磁場の影響が大きいためには、磁気張力の関係するモードの励起が必要
 - 惑星の重力ポテンシャルは、二次元 ($k_z=0$) のモードが dominant
 - 惑星が inclination を持っているとき、話が違ったりもしない

粘性円盤における円盤・惑星相互作用

Density Structure at Disk Midplane

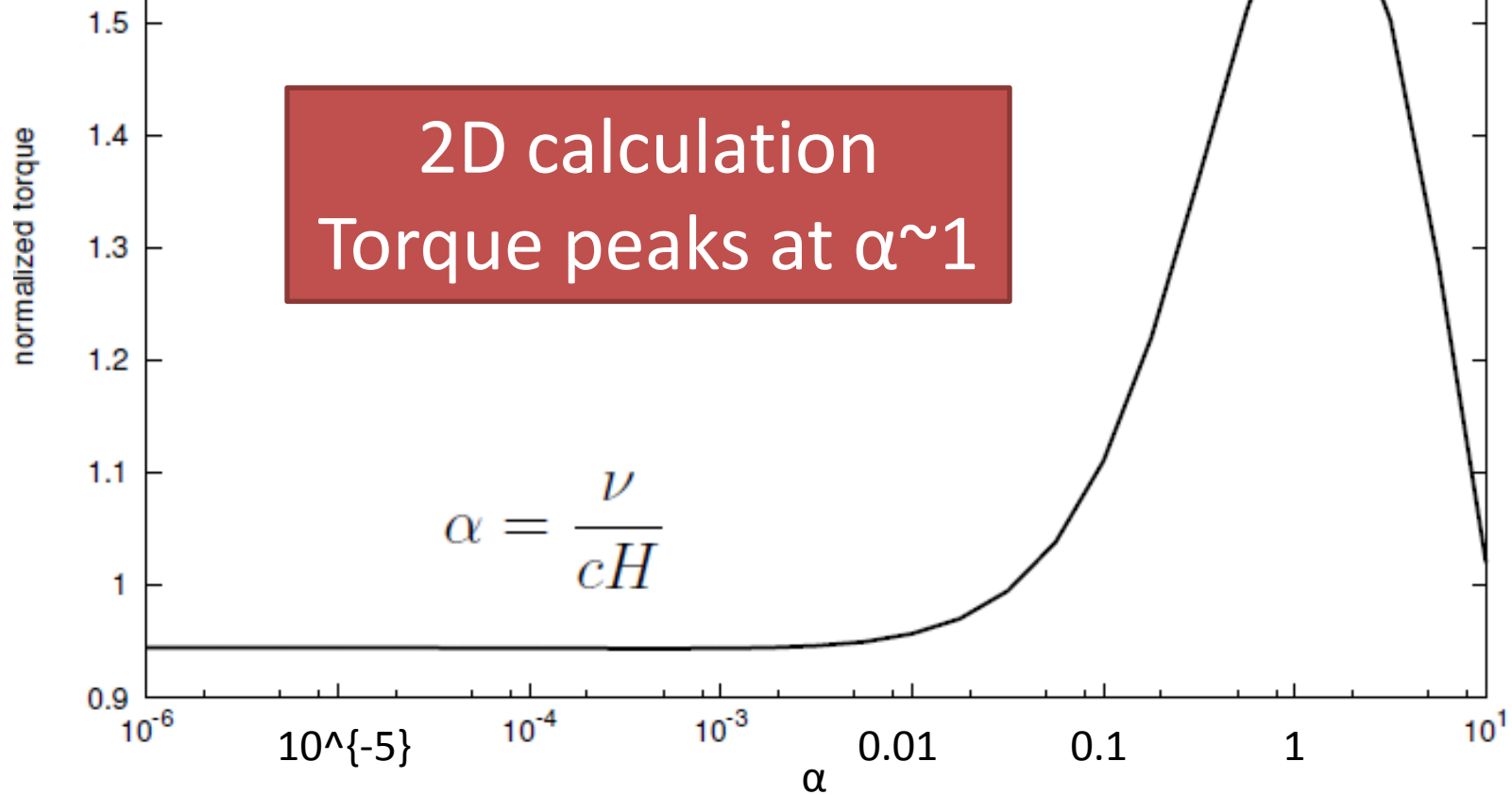


- ***Tilted spheroidal density structure*** in the vicinity of the planet
 - Torque imbalance in y -direction (azimuth)
 - Density structure in the vicinity of the planet is important

Magnitude of one-sided torque

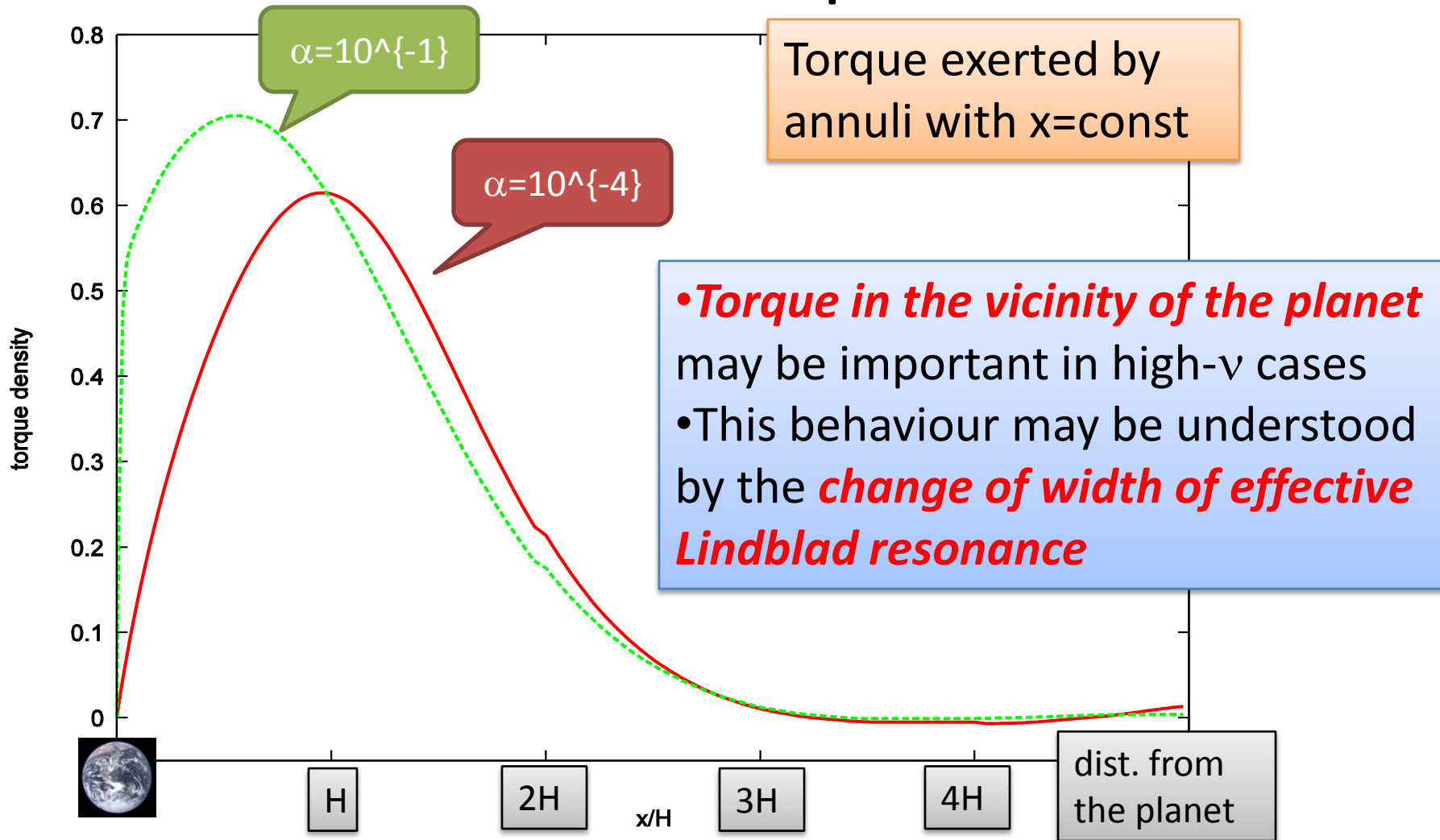
2D mode torque

$$T = -r_p \int_0^{L_x} \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_{-L_z/2}^{L_z/2} dx dy dz \delta\rho(x, y, z) \frac{\partial\psi_p}{\partial y},$$



Muto and Inutsuka (2009)

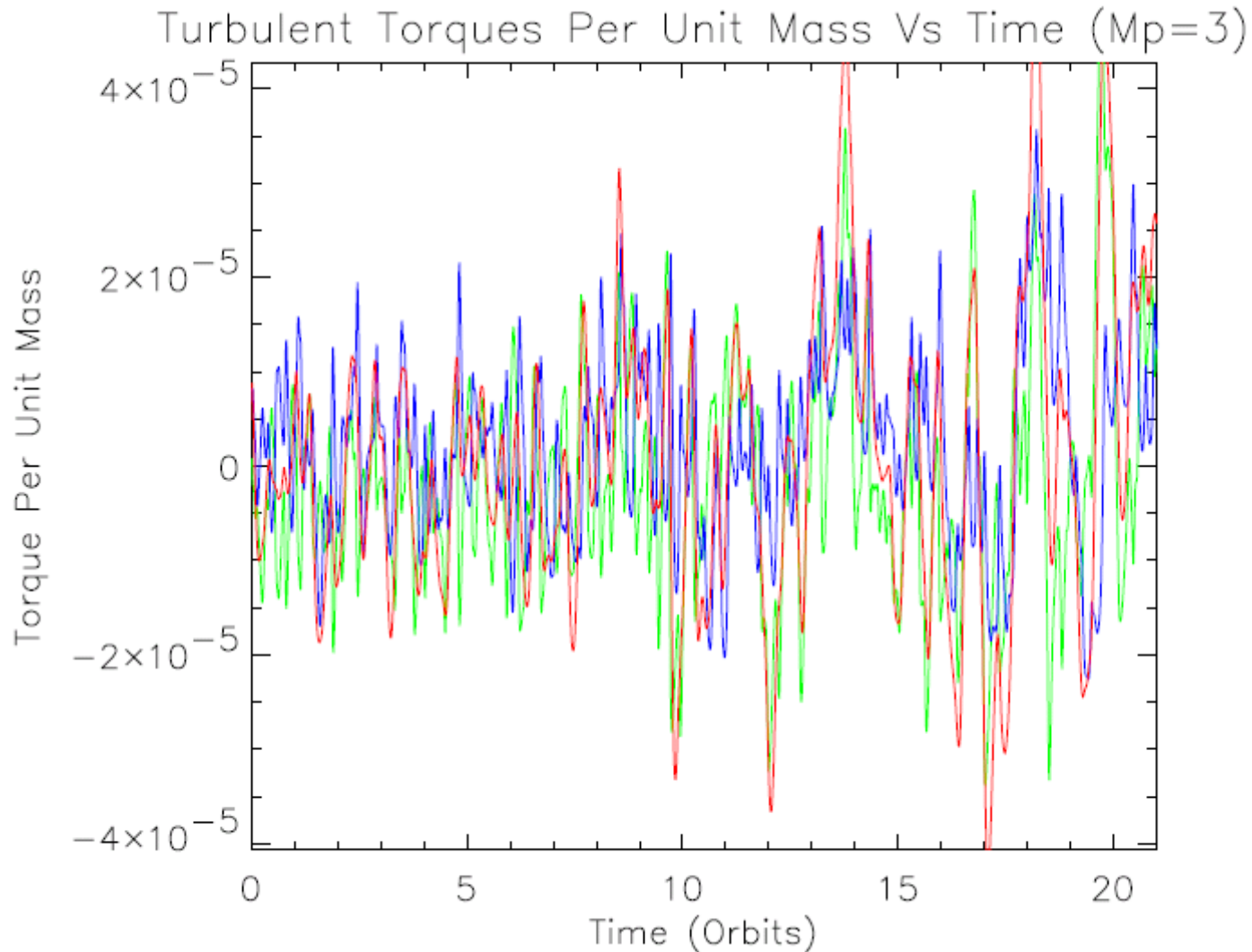
Location of the Disk that Contributes to the Torque



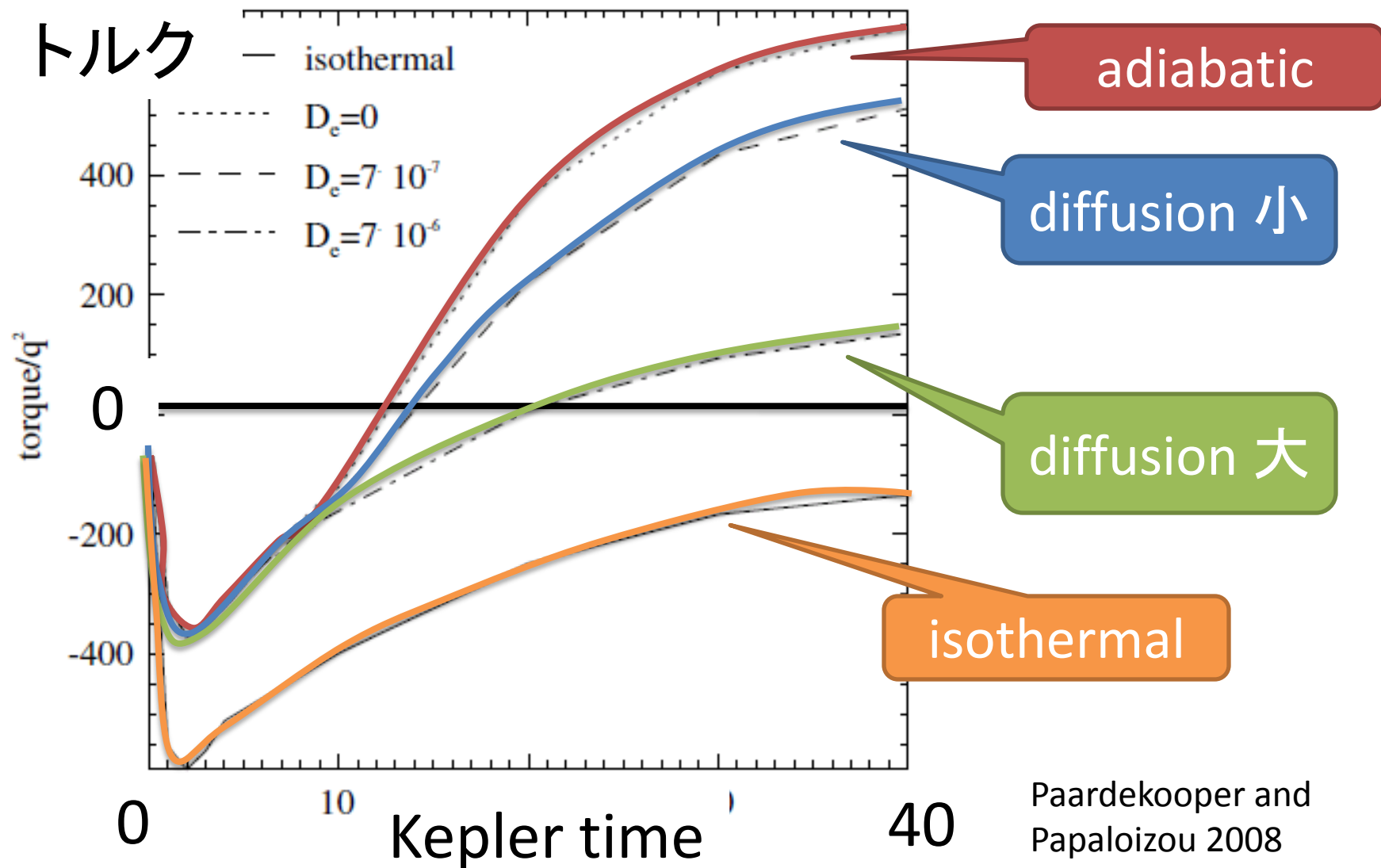
最近の研究の流れ

共回転共鳴

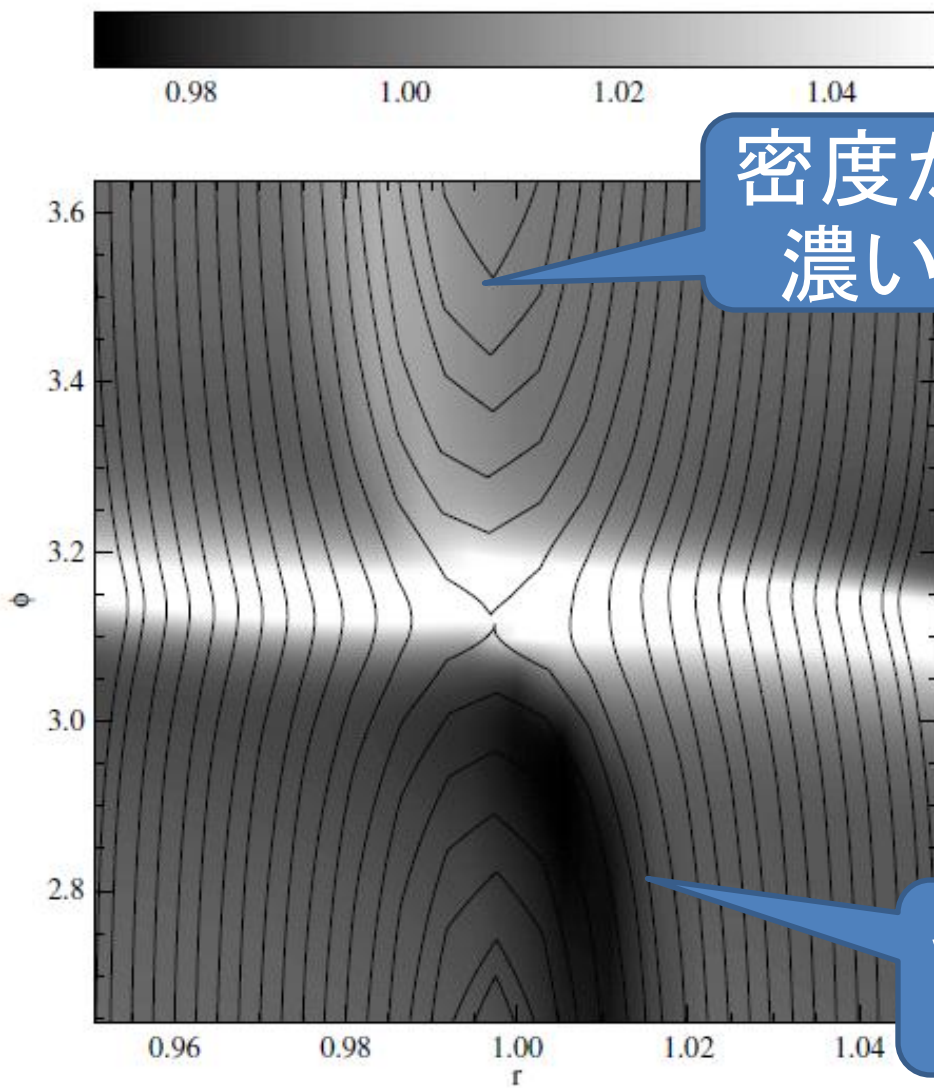
MRI乱流中におけるランダムトルク



radiationを考えた円盤におけるトルク



エントロピー勾配のある円盤における惑星周囲の密度構造



- 惑星の「前」に正の密度揺らぎができ、「後ろ」に負の密度揺らぎができる
- 惑星は、ガスからの重力により、前に引っ張られる
- 外向きの惑星移動

最近の動き

- トルクの方向がわからなくなってきた
- 大混乱
 - 研究会でもmigrationのセッションができたりする
- 円盤の性質の関数として、惑星移動レートを定量的にestimateする必要性
- 個人的な印象：
 - 最初に紹介したorder estimateは生きている
 - ただし、前につくorder of unityの係数の符号と大きさがわからない、という状況
 - 自分自身も、シミュレーションと解析的手法を使って解明していきたいです。